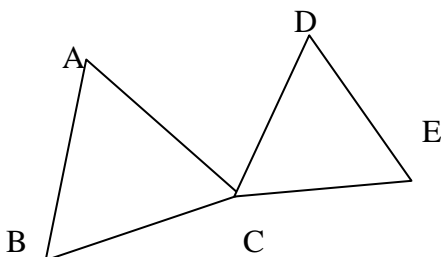


## Троугао-6

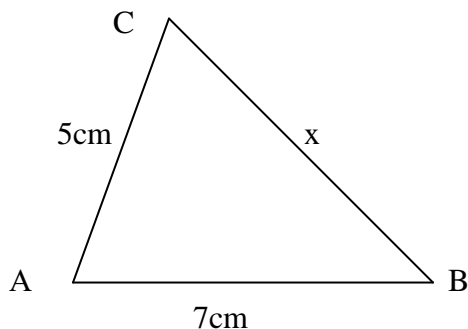
1. Троуглови на слици су једнакостранични и подударни, и имају једно заједничко теме, тачку С. Израчунај угао ABD ако је угао ACD =  $70^\circ$ . (школско 2009)

Слика:



2. У троуглу ABC ( $AB > BC$ ) кроз тачке А и С конструисане су праве које су нормалне на симетралу угла ABC. Оне секу праве BC и AB, редом, у тачкама К и М. Израчунај дужину странице AB ако је  $KC = 5 \text{ cm}$  и  $MB = 8 \text{ cm}$ . (општинско 2009) (13cm)
3. Дат је троугао чије су дужине странице цели бројеви (у центиметрима). Колики је најмањи, а колики највећи могући обим овог троугла ако је једна страница дужине 2009, а друга 2008? (општинско 2009)
4. Конструирај троугао ABC ако је позната страница  $a = BC$ , висина  $h_a$  која одговара тој страници и полупречника  $r_0$  описане кружнице око троугла ABC. (градско 2009)
5. У троуглу ABC угао  $BAC = \alpha$ , угао  $ABC = \beta$ . Симетрале углова  $\alpha$  и  $\beta$  секу се под углом од  $124^\circ$ . Одредити угао  $ACB = \gamma$ . (школско 2008)
6. Ако су странице троугла 5, 7, x (у центиметрима), гледај слику и одреди могуће природне бројеве x. За сваку вредност x упореди одговарајуће углове.

Слика:



7. У троуглу ABC, угао  $BAC = 40^\circ$ , угао  $ABC = 20^\circ$  и  $AB - BC = 10$

Ако симетрала угла  $ACB$  сече праву  $AB$  у тачки  $M$ , одреди дужину  $CM$ . (општинско 2008) (10cm)

8. За углове троугла  $ABC$  важи: угао  $ACB = 90^\circ$ , угао  $ABC = 2 \cdot \angle CAB$ . Катета  $BC = 8\text{cm}$ . Тачка  $M$  је средиште хипотенузе  $AB$ , тачка  $N$  је средиште катете  $AC$  и тачка  $P$  средиште дужи  $AM$ .

Израчунај дужину изломљене линије  $BCMNPA$ .

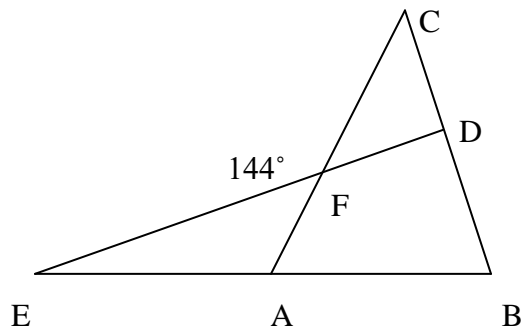
(општинско 2008)

9. Конструирај троугао  $ABC$  ако је познато  $a + c = 8\text{cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ . (градско 2008)

10. У троуглу  $ABC$  тачка  $M$  је средиште странице  $AB$ . Ако је  $MN$  паралелно са  $AC$  и  $MP$  паралелно са  $BC$ , доказати да је троугао  $AMP$  подударан троуглу  $MNB$ . (школско 2007)

11. Израчунати углове једнакокраних троуглова  $ABC$  ( $AB = BC$ ) и  $BDE$  ( $BE = DE$ ). (школско 2007)

Слика:



12. На дужи  $AD$  дата је тачка  $B$ , таква да су троуглови  $ABC$  и  $DEB$  правоугли, а троугао  $CBE$  једнакокрано-правоугли. Доказати да су троуглови  $ABC$  и  $DEB$  подударни. (општинско 2007)

13. У оштроуглом троуглу  $ABC$  тачке  $D$  и  $E$  јесу средишта страница  $AC$  и  $BC$ . Ако се симетрале углова  $ADE$  и  $BED$  секу на страници  $AB$ , доказати да је  $AB = (AC + BC) \cdot 2$ . (градско 2007)

14. Одредити колико има једнакокраних троуглова чије странице имају целобројне дужине (у центиметрима), а обим им је једнак 2005. (градско 2007)

15. У оштроуглом једнакокраном троуглу  $ABC$  дужина основице  $AB$  већа је од дужине крака  $BC$ . Симетрала угла на основици и висина из истог темена граде угао од  $18^\circ$ . Колики је угао на основици тог троугла? (општинско 2006)

16. Нека је  $ABCD$  правугаоник ( $AB > BC$ ), а тачке  $E$  и  $F$  су такве да су троуглови  $AED$  и  $CDF$  једнакостранични и тачка  $E$  припада унутрашњости правоугаоника  $ABCD$  и троугла  $CDF$ . Доказати да је троугао  $BEF$

- једнакостраничан.(општинско 2006)
17. Нека је  $D$  средиште крака  $BC$  једнакокраког троугла  $ABC$ . Израчунати дужину основице  $AB$  тог троугла ако је познато да је његов обим  $25\text{cm}$ , а да је обим троугла  $ABD$  за  $1\text{cm}$  већи од обима троугла  $ADC$ . (школско 2006)
  18. У оштроуглом троуглу  $ABC$  је угао  $\angle BAC = 2\angle ABC$ . Доказати да висина из темена  $C$  и симетрала угла  $\angle BCA$  образују угао једнак полуразлици углова  $\angle BAC$  и  $\angle ABC$ . (школско 2006)
  19. Кроз центар  $O$  уписане кружнице у троугао  $ABC$  повучена је права паралелна са  $AB$  која сече  $AC$  у тачки  $K$ , а  $BC$  у тачки  $L$ . Ако је дужина дужи  $AB$  једнака  $s$ , а обим троугла  $KLC$  једнак  $s$ , колики је обим троугла  $ABC$ ? (градско 2006)
  20. Одредити углове троугла ако су збир и разлика два спољашња угла једнаки  $\alpha_1 + \beta_1 = 220^\circ$ ,  $\alpha_1 - \beta_1 = 16^\circ$ . (школско 2005)
  21. Висине  $CD$  и  $AE$  оштроуглог троугла  $ABC$  секу се у тачки  $H$ . Ако је  $AB = CH$  израчунати угао  $\angle ACB$ . (општинско 2005)
  22. Конструисати троугао  $ABC$  ако је дато  $h_a = 4\text{cm}$ ,  $t_a = 6\text{cm}$  и  $t_b = 9\text{cm}$ . (градско 2005)
  23. У троуглу  $ABC$  повучене су симетрале углова  $\angle BAC$  и  $\angle ABC$ . Под којим углом се секу те две симетрале ако се зна да је угао  $\angle BAC = 2004'$ , а угао  $\angle ABC = 86^\circ$ ? (школско 2004)
  24. У троуглу  $ABC$  угао  $\beta$  је већи од угла  $\alpha$  за  $20^\circ$ , а мањи од угла  $\alpha$  за  $20^\circ$ . Симетрала угла  $\alpha$  сече страницу  $BC$  у тачки  $D$ . Шта је веће  $BD$  или  $CD$ ? (школско 2004)
  25. У троуглу  $ABC$  јесте угао  $\angle CAB = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ . Наћи углове троугла  $AOS$ , где је  $O$  центар уписане кружнице троугла  $ABC$ , а  $S$  пресек симетрале угла  $\angle ACB$  и спољашњег угла код темена  $A$ . (општинско 2004)
  26. Конструисати троугао  $ABC$  ако је дата страница  $AB = 4\text{cm}$ , тежишна дуж  $BB_1 = 5\text{cm}$  и угао  $\angle ABC = 60^\circ$ . (градско 2004)
  27. Симетрала крака  $AC$  једнакокраког троугла  $ABC$  (са врхом  $C$ ) сече други крак у тачки  $D$  и праву  $AB$  у тачки  $E$ . Ако је угао  $\angle ACB = 30^\circ$ , израчунати углове троугла  $BED$ . (школско 2003)

28. Нека је  $O$  центар уписане кружнице у троугао  $ABC$ .  
 Права која садржи тачку  $O$  и паралелна је са страницом  $AB$  сече странице  $CA$  и  $CB$  редом у тачкама  $K$  и  $L$ . Доказати да је  $KL = AK + LB$ .  
 (школско 2003)
29. Права којој припада тежишна дуж која одговара краку једнакокраког троугла, дели обим тог троугла на 2 дела. Један је  $15\text{cm}$ , а други  $12\text{cm}$ . Израчунати дужине странице троугла. (општинско 2003)
30. У једнакокраком троуглу  $ABC$  ( $AC = BC$ ) чији је обим  $2003\text{cm}$  угао под којим се секу висине које одговарају основици и краку је  $58^\circ$ . Доказати да је основица већа од  $667\text{cm}$ . (општинско 2003)
31. У троуглу  $ABC$  симетрала странице  $AB$ , висина из темена  $A$  и симетрала унутрашњег угла код темена  $B$  секу се у једној тачки. Наћи угао  $ABC$ . (градско 2003)
32. Конструисати троугао ако је познато да је његов обим  $10\text{cm}$  и углови  $\alpha = 60^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ . Објаснити конструкцију. (градско 2003)
33. Нека симетрала  $s$  странице  $AB$  троугла  $ABC$  сече страницу  $BC$  у тачки  $D$ . Ако је угао  $CAB = 73^\circ 28' 40''$ , а угао  $ABC = 43^\circ 33' 20''$ , колики је угао  $CAD$ ?  
 (школско 2002)
34. Спољашњи угао једнакокраког троугла јесте:  
 а.)  $121^\circ$       б.)  $65^\circ$   
 Одредити унутрашње углове тог троугла. (Размотрити све могућности) (општинско 2002)
35. У правоуглом троуглу угао који граде висина и тежиш на дуж које одговарају хипотенузи је мере  $24^\circ$ . Колики угао образују симетрала правоугла и тежишна дуж која одговара хипотенузи? (градско 2002)
36. Конструисати троугао  $ABC$  ако је страница  $BC = 6\text{cm}$  тежишна дуж  $t_b = 5\text{cm}$  и висина  $h_a = 4\text{cm}$ .  
 (градско 2002)
37. На страницама  $AB, BC$  и  $CA$  једнакостраничног троугла  $ABC$  дате су тачке  $A_1, B_1, C_1$  тако да је  $AA_1 = BB_1 = CC_1$  и при чему је  $AA_1 > A_1B$ ,  $BB_1 > B_1C$ ,  $CC_1 > C_1A$ . Доказати да је троугао  $A_1B_1C_1$  такође једнакостраничан. (школско 2001)
38. У троуглу  $ABC$  са угловима  $ABC = 30^\circ$  и угао  $ACB = 15^\circ$ , из темена  $A$  конструисана је нормала на страницу  $AC$  која сече страницу  $BC$  у тачки  $D$ . Доказати да је  $CD = 2AB$ . (општинско 2001)
39. Дат је оштроугли троугао  $ABC$ . Из темена  $A$  конструисане су дужи  $AD$  и  $AE$  тако да је  $AD$

нормално на  $AC$ ,  $AD = AC$ ,  $AE$  нормално на  $AB$  и  $AE = AB$ , при чему су тачке  $D$  и  $E$ , као и тачке  $B$  и  $D$  са разних страна праве  $AC$ . Доказати да је  $BD = CE$ . (градско 2001)

40. Троуглови  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  су подударни. На страницама  $AB$  и  $A_1B_1$  редом су изабране тачке  $M$  и  $M_1$  такве да је угао  $BCM = B_1C_1M_1$ . Доказати да је  $AM = A_1M_1$ . (школско 2000)
41. На правој  $AB$ , одређеном хипотенузом троугла  $ABC$  дате су тачке  $D$  и  $E$ . Ако тачке  $D$  и  $E$  припадају страници  $AB$  и ако је  $AD = AC$ , а  $BE = BC$ , израчунати угао  $DCE$ . (школско 2000)
42. У правоуглом троуглу један од углова једнак је  $40^\circ$ . Доказати да симетрала правоугла полови угао који образују висина и тежишна дуж из темена правоугла. (школско 2000)
43. Унутрашњи углови троугла  $ABC$  односе се као  $9:16:20$ . Одредити угао између симетрале угла и висине из темена највећег угла троугла. (општинско 2000)
44. Конструисати троугао  $ABC$ , ако су дате тачке  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C'$ , при чему је  $A_1$  средиште странице  $BC$ ,  $B_1$  средиште странице  $AC$ , а  $C'$  подножје висине из темена  $C$ . (градско 2000)